

Jeżeli podczas kształtowania ziarna promień  $r_3$  zmniejsza się jako ułamek lub proporcjonalnie do  $r_1$ , to  $r_3$  może być reprezentowany wyrażeniem:

$$dr_3 = A_1(dr_1). \quad (5.3)$$

Ponieważ równoważny promień  $r$  zmniejsza się stale podczas kształtowania ziarna, to  $r$  może być reprezentowany przez:

$$dr = -Brdt + IdW(t), \quad (5.4)$$

gdzie  $B$  oraz  $I$  są stałymi.

W przypadku promienia  $r_2$ , który podczas kształtowania ziarna zmniejsza się jako część  $r$ , otrzymujemy zależność:

$$dr_2 = A_2(dr). \quad (5.5)$$

Modele odkształcenia dla materiału nanokrystalicznego zdefiniowane dla różnych podejść do pomiaru ewolucji wielkości ziaren podanych w wyrażeniach 5.3–5.5 przyjmują postaci:

$$d\varepsilon_1 = d\left[\frac{dr_1}{r_1}\right] = d\left(M\left(\frac{1}{r_{c1}}\right)\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_1^2}\right)dt + \frac{CDdW(t)}{r_1} - \frac{Zr_1^2V_1d(t)}{r_1}\right) \quad (5.6)$$

$$d\varepsilon_3 = d\left[\frac{dr_3}{r_3}\right] = d\left(\frac{A_1(dr_1)}{r_3}\right) \quad (5.7)$$

$$d\varepsilon_r = d[dr/r] = d((Brdt + IdW(t))/r) \quad (5.8)$$

$$d\varepsilon_2 = d\left[\frac{dr_2}{r_2}\right] = d\left(\frac{B(dr_2)}{r_2}\right) \quad (5.9)$$

W przypadku innych właściwości mechanicznych model odwróconej relacji Halla-Petcha (RZHP) zmodyfikowanej przez Zhao jest określony przez:

$$\sigma = \sigma_0 + A(r((-1)/2)) - G(r(-1)) + C(r((-3)/2)), \quad (5.10)$$

gdzie  $r^3 = r_1 r_2 r_3$

Inną ważną właściwością mechaniczną materiału superplastycznego jest wysoka wrażliwość intensywności naprężenia na zmianę odkształcenia. Równanie, które wiąże granicę plastyczności materiału i prędkości odkształcania w formie prawa potęgowego, zazwyczaj przedstawiane jest w postaci:

$$\sigma(r) = K\dot{\epsilon}^m, \quad (5.11)$$

gdzie  $m$  jest zależnym od temperatury współczynnikiem wrażliwości intensywności naprężenia (WIN); kropka nad symbolem oznacza pochodną względem czasu. Logarytmując obie strony w 5.11, otrzymujemy:

$$m = \frac{\log(\sigma(r)) - \log(K)}{\log(\dot{\epsilon})} \quad (5.12)$$

Współczynnik wrażliwości intensywności naprężeń (WIN) jest podstawowym parametrem w ocenie efektów procesów ARB, gdyż jego znajomość pozwala na oszacowanie odkształceń wywołujących w przewężeniach niekontrolowany rozwój łamania krystalitów. Realizując symulacje komputerowe w przypadku aluminium dla dobranych parametrów, otrzymuje się zmiany w czasie poszczególnych promieni ziarna przedstawione na rys. 5.4a. W wyniku realizacji procesu w 15 etapach otrzymano materiał o strukturze przedstawionej na rys. 5.4b [20].